

# Eesti koolinoorte LIII täppisteaduste olümpiaad

## MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 2. detsembril 2005. a.

XII klass

Lahendamiseks on aega 4 tundi.

Iga ülesande õige ja ammendavalt põhjendatud lahendus annab 7 punkti.

Taskuarvutit kasutada ei lubata.

1. Leia neli arvu, millest kolm esimest on geomeetrilise jada järjestikusteks liikmeteks ja kolm viimast aritmeetilise jada järjestikusteks liikmeteks, kusjuures esimese ja neljanda arvu summa on 32 ja teise ning kolmanda arvu summa on 24.
2. Metsas asuvast matkajate laagrist on sirge maantee lähima punktini 9 km ja sellest maantee punktist lähima asulani 15 km. Leia vähim aeg, millega matkajad jõuaksid asulasse, kui maanteed mööda liikudes on matkajate kiirus  $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ja mööda metsa  $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .
3. Arvuta arvuti abita avaldise  $\frac{\log_3 24}{\log_{72} 3} - \frac{\log_3 216}{\log_8 3}$  väärtus.
4. Täisnurkse kolmnurga ABC tipust C tõmmatud kõrguse aluspunkt hüpotenuusil AB on H. Olgu HK kolmnurga AHC kõrgus ning HL kolmnurga BHC kõrgus. Olgu S kolmnurga ABC pindala ning T nelinurga CKHL pindala. Tõesta, et kui hüpotenuusi AB pikkus on 1, siis on  $T = 8S^3$ .
5. Tasandile on joonistatud hulk üksteisega mitteühtivaid sirgeid. Iga sirge puhul loeti kokku, mitu lõikepunkti teiste sirgetega tal on, ning saadud arvud liideti kokku. Summaks osutus arv 111.
  - a) Juku väidab, et tasandil peab olema vähemalt 12 sirget. Kas tal on õigus?
  - b) Veel väidab Juku, et leidub vähemalt kolm sirget, mis lõikuvad samas lõikepunktis. Kas on tal õigus nüüd?